

Analisis Pola Kesalahan Konseptual dan Spasial Mahasiswa dalam Penerapan Teorema Divergensi Gauss

Risna Putri Ariani¹⁾, Khairun Nisa Siregar²⁾, Indah Ririn³⁾

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara¹²³⁾

Email: risnaputriariani@gmail.com¹⁾, khairunisa010805@gmail.com²⁾,
indahririn373@gmail.com³⁾

Histori Naskah:

Diajukan: 06-22-2025

Disetujui: 06-23-2025

Publikasi: 06-26-2025

ABSTRAK

Teorema Divergensi Gauss merupakan konsep penting dalam kalkulus vektor, namun masih sulit diterapkan oleh mahasiswa. Penelitian ini bertujuan menganalisis pola kesalahan konseptual dan spasial mahasiswa dalam penerapan Teorema Divergensi Gauss. Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif dengan wawancara semi-terstruktur terhadap tiga mahasiswa yang telah menempuh mata kuliah Kalkulus Vektor. Data dianalisis menggunakan analisis tematik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan mahasiswa membentuk pola kesalahan konseptual spasial yang sistematis, diawali oleh pemahaman konseptual yang bersifat deklaratif, diikuti keterbatasan visualisasi spasial, kesalahan pemilihan sistem koordinat, dan ketidaktepatan penentuan batas integral. Temuan ini menegaskan bahwa kesalahan mahasiswa tidak hanya bersifat prosedural, tetapi berkaitan erat dengan integrasi pemahaman konsep dan representasi geometri ruang.

Kata kunci: *Teorema Divergensi Gauss, kesalahan konseptual spasial, visualisasi spasial.*

PENDAHULUAN

Teorema Divergensi Gauss merupakan salah satu konsep fundamental dalam kalkulus vektor yang berperan penting dalam menjembatani hubungan antara integral permukaan dan integral volume. Teorema ini tidak hanya menjadi landasan teoritis dalam matematika murni, tetapi juga memiliki aplikasi luas dalam fisika dan teknik, khususnya dalam analisis medan vektor, aliran fluida, dan fenomena elektromagnetik (Lilly et al., 2024). Oleh karena itu, penguasaan Teorema Divergensi Gauss menjadi kompetensi esensial bagi mahasiswa pada program studi yang mempelajari kalkulus multivariabel dan aplikasinya.

Meskipun demikian, berbagai penelitian menunjukkan bahwa Teorema Divergensi Gauss termasuk materi yang relatif sulit dipahami oleh mahasiswa. Kesulitan tersebut tidak hanya terletak pada kompleksitas perhitungan integral lipat tiga, tetapi juga pada tuntutan kemampuan visualisasi spasial dan pemahaman geometri tiga dimensi yang menyertainya. Mahasiswa sering kali mampu menghafal rumus teorema secara formal, namun mengalami hambatan ketika harus mengaitkan konsep divergensi dengan makna fisik aliran medan vektor melalui suatu permukaan tertutup (Dragomir, 2020). Kondisi ini menunjukkan adanya kesenjangan antara penguasaan konsep secara deklaratif dan kemampuan aplikasi matematis secara kontekstual.

Sejumlah studi terdahulu telah mengkaji kesalahan mahasiswa dalam pembelajaran kalkulus vektor, termasuk pada materi divergensi. Temuan umum dari penelitian-penelitian tersebut mengungkap adanya kesalahan konsep, kesalahan prosedural, serta kesalahan operasi hitung dalam penyelesaian soal. Mahasiswa sering melakukan kekeliruan dalam menentukan turunan parsial, menyusun integral volume, maupun menerapkan aturan operasi matematika

(Ma'Rifatin et al., 2019; Sastra et al., 2025). Selain itu, kesalahan dalam memahami integral multivariabel juga dilaporkan menjadi faktor penghambat utama dalam penerapan Teorema Divergensi Gauss secara benar (Hahn et al., 2024).

Namun demikian, kajian-kajian tersebut umumnya masih memandang kesalahan mahasiswa secara terpisah antara aspek konseptual dan teknis, tanpa mengkaji hubungan mendalam antara pemahaman konsep matematika dan kemampuan visualisasi spasial mahasiswa (Yalfina Mudya et al., 2025). Padahal, penerapan Teorema Divergensi Gauss secara inheren menuntut mahasiswa untuk mampu membayangkan bentuk permukaan tertutup, menentukan arah vektor normal, serta memilih sistem koordinat yang sesuai dengan geometri ruang yang diberikan. Kesulitan ini menjadi semakin kompleks ketika mahasiswa harus berpindah dari sistem koordinat kartesian ke sistem koordinat non-kartesian, seperti koordinat silinder dan bola, yang memiliki elemen diferensial dan batas integral yang berbeda (Septia et al., 2019).

Fakta di lapangan menunjukkan bahwa banyak mahasiswa cenderung tetap menggunakan sistem koordinat kartesian meskipun permasalahan yang dihadapi lebih efektif diselesaikan dengan koordinat silinder atau bola. Hal ini mengindikasikan keterbatasan fleksibilitas kognitif dalam berpindah antar representasi matematis serta lemahnya kemampuan visualisasi spasial dalam memahami struktur geometri tiga dimensi (Listiani et al., 2019). Akibatnya, mahasiswa sering melakukan kesalahan dalam menentukan batas integral volume, memilih elemen diferensial yang tepat, serta menafsirkan makna fisik divergensi secara keliru.

Berdasarkan kondisi tersebut, masih terdapat celah penelitian yang signifikan terkait pemetaan pola kesalahan konseptual dan spasial mahasiswa secara terpadu dalam penerapan Teorema Divergensi Gauss. Penelitian sebelumnya belum secara eksplisit mengungkap bagaimana keterbatasan pemahaman integral multivariabel, kemampuan visualisasi ruang, dan pemilihan sistem koordinat saling berkaitan dan membentuk pola kesalahan tertentu dalam penyelesaian soal. Padahal, pemahaman terhadap pola kesalahan ini sangat penting sebagai dasar dalam merancang strategi pembelajaran kalkulus vektor yang lebih efektif dan adaptif.

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pola kesalahan konseptual dan spasial mahasiswa dalam menerapkan Teorema Divergensi Gauss melalui pendekatan kualitatif berbasis wawancara. Penelitian ini tidak hanya mengidentifikasi jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa, tetapi juga menelaah hubungan antara pemahaman konsep, kemampuan visualisasi spasial, dan pemilihan sistem koordinat dalam konteks penyelesaian masalah. Temuan penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi konseptual dalam pengembangan model pembelajaran kalkulus vektor yang menekankan integrasi antara pemahaman matematis, visualisasi spasial, dan keterampilan aplikasi.

STUDI RITERATUR

Kajian mengenai Teorema Divergensi Gauss dalam konteks pembelajaran kalkulus vektor umumnya menempatkan teorema ini sebagai bagian dari materi integral multivariabel yang menuntut integrasi antara pemahaman konsep, keterampilan prosedural, dan representasi geometris (Martínez-Planell & Trigueros, 2021). Beberapa penelitian menekankan bahwa kesulitan mahasiswa dalam menerapkan teorema ini tidak semata-mata disebabkan oleh kompleksitas perhitungan, tetapi juga oleh lemahnya pemahaman terhadap konsep divergensi dan fluks sebagai representasi matematis dari fenomena fisik dan geometris (Hahn et al., 2024; Lilly et al., 2024).

Dalam literatur pendidikan matematika, kesalahan mahasiswa sering diklasifikasikan ke dalam kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan operasi hitung. Kesalahan konseptual berkaitan dengan ketidakpahaman terhadap makna matematis suatu konsep, sedangkan kesalahan prosedural berkaitan dengan ketidaktepatan dalam menyusun langkah penyelesaian masalah. Penelitian (Sastra et al., 2025; Susilo et al., 2019; Yalfina Mudya et al.,

2025) menunjukkan bahwa kesalahan prosedural dalam kalkulus vektor sering muncul akibat pembelajaran yang terlalu menekankan hafalan rumus, sehingga mahasiswa kurang mampu menyesuaikan prosedur ketika konteks soal berubah.

Selain aspek konseptual dan prosedural, sejumlah studi menyoroti peran kemampuan visualisasi spasial dalam pembelajaran kalkulus multivariabel. Visualisasi spasial dipahami sebagai kemampuan individu dalam merepresentasikan dan memanipulasi objek tiga dimensi secara mental (Trigueros & Martínez-Planell, 2021). Keterbatasan kemampuan ini dilaporkan berkontribusi terhadap kesulitan mahasiswa dalam memahami hubungan antara permukaan, volume, dan arah medan vektor, terutama pada materi integral rangkap dan kalkulus vektor (Klein et al., 2021; Ma'Rifatin et al., 2019; Septia et al., 2019).

Literatur juga menunjukkan bahwa sistem koordinat menjadi salah satu sumber kesulitan yang signifikan dalam penerapan konsep kalkulus vektor. Mahasiswa sering mengalami hambatan saat harus menggunakan sistem koordinat non-kartesian, seperti koordinat silinder dan bola, karena perbedaan elemen diferensial dan batas integral yang harus disesuaikan dengan bentuk geometri ruang. Sastra et al., (2025) mengemukakan bahwa kegagalan mahasiswa dalam melakukan transisi antar sistem koordinat sering berdampak pada kesalahan dalam menentukan batas integral dan elemen volume yang tepat.

Meskipun berbagai penelitian telah mengidentifikasi jenis-jenis kesalahan tersebut, sebagian besar kajian masih membahasnya secara terpisah antara aspek konseptual, prosedural, dan spasial. Literatur yang ada belum banyak mengkaji keterkaitan antar aspek tersebut dalam satu kerangka analisis yang terpadu, khususnya dalam konteks penerapan Teorema Divergensi Gauss. Oleh karena itu, masih terbuka ruang kajian untuk memetakan bagaimana interaksi antara pemahaman konsep, kemampuan visualisasi spasial, dan pemilihan sistem koordinat membentuk pola kesalahan tertentu dalam penyelesaian masalah kalkulus vektor.

METODE PENELITIAN

1. Desain dan Pendekatan Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan desain deskriptif- eksploratif. Pendekatan ini dipilih karena penelitian bertujuan untuk menggali secara mendalam proses berpikir, pemahaman konseptual, serta kesulitan spasial mahasiswa dalam menerapkan Teorema Divergensi Gauss. Fokus utama penelitian bukan pada pengukuran kuantitatif atau generalisasi statistik, melainkan pada pemetaan pola kesalahan yang muncul dari pengalaman dan penalaran mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan kalkulus vektor.

2. Subjek Penelitian

Subjek penelitian terdiri atas tiga orang mahasiswa perguruan tinggi yang telah menempuh mata kuliah Kalkulus Vektor. Pemilihan subjek dilakukan dengan teknik purposive sampling, dengan kriteria: (1) telah mempelajari Teorema Divergensi Gauss, (2) memiliki pengalaman mengerjakan soal-soal yang melibatkan integral permukaan dan integral volume, serta (3) mampu mengungkapkan proses berpikir dan kesulitan yang dialami secara reflektif. Jumlah subjek yang terbatas dipandang memadai dalam penelitian kualitatif karena penelitian menekankan kedalaman analisis dan eksplorasi pola kesalahan, bukan representasi populasi secara luas.

3. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan melalui wawancara semi-terstruktur. Wawancara dirancang untuk menggali pemahaman konseptual mahasiswa tentang Teorema Divergensi Gauss, kemampuan visualisasi spasial terhadap permukaan tertutup dan volume, strategi penyelesaian soal, serta kesulitan dalam memilih sistem koordinat dan menentukan batas integral. Panduan wawancara disusun berdasarkan indikator kesalahan konseptual, prosedural,

dan spasial yang diperoleh dari kajian literatur, namun tetap memberikan fleksibilitas kepada responden untuk menyampaikan pengalaman dan penjelasan secara bebas.

4. Teknik Analisis Data

Data hasil wawancara dianalisis menggunakan analisis tematik (thematic analysis). Proses analisis dilakukan melalui beberapa tahap, yaitu: (1) transkripsi hasil wawancara secara verbatim, (2) pengkodean awal (open coding) untuk mengidentifikasi pernyataan yang menunjukkan kesalahan atau kesulitan mahasiswa, (3) pengelompokan kode ke dalam kategori yang lebih luas (axial coding), dan (4) penarikan tema-tema utama yang merepresentasikan pola kesalahan konseptual dan spasial mahasiswa. Analisis ini memungkinkan peneliti untuk memahami keterkaitan antarkategori dan menyusun pola kesalahan secara terpadu.

5. Keabsahan Data

Untuk menjamin keabsahan data, penelitian ini menerapkan beberapa strategi trustworthiness, antara lain pemeriksaan konsistensi jawaban antarpertanyaan, pembacaan ulang transkrip untuk meminimalkan kesalahan interpretasi, serta penggunaan kutipan langsung dari responden sebagai dasar penarikan kesimpulan. Langkah-langkah ini dilakukan untuk meningkatkan kredibilitas temuan dan memastikan bahwa hasil analisis benar-benar merepresentasikan pengalaman dan pemahaman subjek penelitian.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Hasil penelitian diperoleh melalui analisis tematik terhadap data wawancara tiga orang mahasiswa yang telah menempuh mata kuliah Kalkulus Vektor. Analisis difokuskan pada identifikasi pola dan struktur kesalahan konseptual spasial mahasiswa dalam menerapkan Teorema Divergensi Gauss. Temuan penelitian menunjukkan bahwa kesalahan mahasiswa tidak bersifat acak atau berdiri sendiri, melainkan membentuk rangkaian kesalahan yang sistematis dan berulang pada seluruh subjek penelitian.

Analisis data menunjukkan bahwa pemahaman konseptual mahasiswa terhadap Teorema Divergensi Gauss cenderung berada pada tingkat deklaratif. Seluruh subjek mampu menjelaskan definisi umum serta bentuk matematis teorema, namun pemahaman tersebut tidak terintegrasi dengan kemampuan representasi geometri ruang. Ketika dihadapkan pada permasalahan yang melibatkan objek tiga dimensi, mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengoperasionalkan konsep divergensi dan fluks ke dalam konteks penyelesaian masalah.

Temuan selanjutnya mengungkap bahwa keterbatasan visualisasi spasial berperan sebagai pemicu awal munculnya kesalahan lanjutan. Ketidakmampuan mahasiswa membayangkan permukaan tertutup dan volume yang dibatasi menyebabkan representasi geometri ruang menjadi tidak utuh. Akibatnya, mahasiswa kesulitan menentukan bagaimana objek geometri tersebut harus dinyatakan dalam bentuk integral, baik dari sisi elemen diferensial maupun struktur volume yang dianalisis.

Keterbatasan visualisasi spasial tersebut berdampak langsung pada kemampuan mahasiswa dalam memilih sistem koordinat yang sesuai. Analisis menunjukkan adanya pola kesalahan berulang, di mana mahasiswa cenderung mempertahankan penggunaan sistem koordinat kartesian meskipun permasalahan yang diberikan lebih sesuai diselesaikan dengan koordinat silinder atau bola. Kesalahan ini tidak muncul karena mahasiswa tidak mengenal sistem koordinat non-kartesian, melainkan karena ketidakmampuan mengaitkan bentuk geometri ruang dengan representasi koordinat yang tepat.

Kesalahan dalam pemilihan sistem koordinat selanjutnya berimplikasi pada ketidaktepatan dalam menentukan batas integral. Mahasiswa sering kali menetapkan batas atas dan batas bawah variabel integrasi yang tidak mencerminkan volume sebenarnya yang dibatasi

oleh permukaan tertutup. Menariknya, kesalahan ini tetap muncul meskipun mahasiswa mampu melakukan operasi hitung secara prosedural dengan benar, yang menunjukkan bahwa permasalahan utama terletak pada representasi spasial dan konseptual, bukan pada kemampuan komputasional.

Berdasarkan keseluruhan temuan tersebut, hasil penelitian ini mengidentifikasi adanya pola kesalahan konseptual spasial yang bersifat berurutan. Pola tersebut diawali oleh pemahaman konseptual yang bersifat deklaratif, dilanjutkan dengan keterbatasan visualisasi spasial, kesalahan dalam pemilihan sistem koordinat, dan berujung pada ketidaktepatan penentuan batas integral. Pola ini muncul secara konsisten pada seluruh subjek penelitian, meskipun dengan tingkat kompleksitas yang berbeda.

Untuk memperjelas struktur pola kesalahan yang ditemukan, ringkasan hasil analisis disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Ringkasan Pola Kesalahan Konseptual–Spasial Mahasiswa

No	Tema Analisis	Indikator Kesalahan	Manifestasi Kesalahan	Dampak terhadap Penyelesaian
1	Pemahaman konseptual deklaratif	Konsep dipahami sebagai definisi simbolik	Mampu menyebutkan rumus, tetapi gagal mengaplikasikan pada konteks geometri ruang	Penerapan teorema tidak tepat
2	Keterbatasan visualisasi spasial	Tidak terbentuk gambaran mental permukaan dan volume	Kesulitan merepresentasikan objek geometri ke bentuk integral	Kesalahan representasi volume
3	Transisi sistem koordinat	Koordinat tidak disesuaikan dengan geometri	Tetap menggunakan koordinat kartesian pada kasus silinder/bola	Integral disusun tidak sesuai
4	Penentuan batas integral	Batas tidak mencerminkan volume sebenarnya	Salah menentukan batas atas–bawah variabel integrasi	Hasil integral keliru
5	Struktur kesalahan berantai	Kesalahan muncul secara berurutan	Visualisasi → koordinat → batas integral	Kesalahan bersifat sistemik

B. Sintesis Temuan: Pola Kesalahan Konseptual–Spasial

Sebagai sintesis hasil penelitian, pola kesalahan konseptual–spasial mahasiswa dalam penerapan Teorema Divergensi Gauss dapat direpresentasikan secara skematis sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Pola kesalahan konseptual spasial mahasiswa dalam penerapan Teorema Divergensi Gauss.

Diagram ini menunjukkan bahwa kesalahan mahasiswa terbentuk secara berurutan dan saling berkaitan, dimulai dari pemahaman konseptual yang belum terintegrasi dengan

visualisasi spasial hingga berdampak pada kesalahan penentuan batas integral dan kegagalan penerapan teorema secara tepat.

C. PEMBAHASAN

Pembahasan ini bertujuan untuk menginterpretasikan pola kesalahan konseptual spasial mahasiswa yang teridentifikasi pada bagian hasil, serta mengaitkannya dengan temuan-temuan penelitian terdahulu. Berbeda dengan bagian hasil yang berfokus pada pemetaan pola kesalahan, pembahasan ini menitikberatkan pada penjelasan mengapa pola tersebut muncul dan apa implikasinya terhadap pembelajaran Teorema Divergensi Gauss.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemahaman konseptual mahasiswa terhadap Teorema Divergensi Gauss cenderung bersifat deklaratif dan simbolik. Mahasiswa mampu menyebutkan definisi serta bentuk matematis teorema, namun mengalami kesulitan ketika harus mengaplikasikannya dalam konteks geometri ruang tiga dimensi. Temuan ini sejalan dengan penelitian (Listiani et al., 2019; Susilo et al., 2019) yang menyatakan bahwa kesalahan mahasiswa dalam kalkulus vektor sering kali berakar pada pemahaman konsep yang tidak terintegrasi dengan penalaran matematis. Pemahaman yang berhenti pada hafalan rumus menyebabkan mahasiswa tidak memiliki landasan yang kuat untuk menyesuaikan konsep ketika konteks permasalahan berubah.

Keterbatasan visualisasi spasial yang teridentifikasi dalam penelitian ini memperkuat temuan-temuan sebelumnya yang menekankan pentingnya kemampuan visual-spatial dalam pembelajaran kalkulus multivariabel. Klein et al., (2021) menegaskan bahwa kemampuan berpikir kritis dan visualisasi matematis berperan penting dalam memahami objek abstrak, sedangkan Hahn et al., (2024) ; Ma'Rifatin et al., (2019) menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa pada materi integral sering dipicu oleh ketidakmampuan membayangkan representasi geometri ruang. Dalam konteks Teorema Divergensi Gauss, keterbatasan visualisasi spasial menghambat mahasiswa dalam membangun gambaran mental tentang permukaan tertutup dan volume, sehingga konsep divergensi kehilangan makna geometris dan fisiknya (Fife et al., 2019).

Temuan penelitian ini juga menunjukkan bahwa keterbatasan visualisasi spasial berimplikasi langsung pada kesalahan pemilihan sistem koordinat. Mahasiswa cenderung mempertahankan penggunaan sistem koordinat kartesian meskipun permasalahan lebih sesuai diselesaikan dengan koordinat silinder atau bola. Pola ini konsisten dengan hasil penelitian Septia et al., (2019) yang mengungkapkan bahwa mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam berpindah antar representasi koordinat pada materi integral. Ketidakmampuan mengaitkan bentuk geometri ruang dengan sistem koordinat yang tepat menyebabkan mahasiswa menyusun integral yang tidak efisien atau bahkan keliru secara konseptual.

Kesalahan pemilihan sistem koordinat tersebut selanjutnya berdampak pada ketidaktepatan penentuan batas integral. Temuan ini menunjukkan bahwa kesalahan batas integral bukan semata-mata disebabkan oleh kelemahan kemampuan komputasional, melainkan oleh representasi spasial yang tidak utuh. Hal ini sejalan dengan temuan Dragomir, (2020) ; Sastra et al., (2025) yang menyatakan bahwa kesulitan mahasiswa dalam integral rangkap sering berkaitan dengan ketidaktepatan dalam memahami daerah integrasi. Dalam penerapan Teorema Divergensi Gauss, ketidaktepatan batas integral menjadi indikator kegagalan mahasiswa dalam menghubungkan konsep matematis dengan struktur geometri ruang yang dianalisis (Hadi et al., 2021).

Secara keseluruhan, hasil penelitian ini mengungkap bahwa kesalahan mahasiswa dalam menerapkan Teorema Divergensi Gauss membentuk suatu rantai kesalahan konseptual spasial yang sistematis, sebagaimana disintesis dalam Gambar 1. Rantai kesalahan ini dimulai dari pemahaman konseptual yang bersifat deklaratif, diikuti oleh keterbatasan visualisasi spasial, kesalahan pemilihan sistem koordinat, dan berujung pada ketidaktepatan penentuan

batas integral. Pola ini menunjukkan bahwa kesalahan mahasiswa tidak bersifat acak, melainkan memiliki struktur yang dapat diprediksi dan dianalisis secara ilmiah.

Implikasi dari temuan ini adalah perlunya pendekatan pembelajaran Teorema Divergensi Gauss yang lebih menekankan integrasi antara pemahaman konsep, visualisasi spasial, dan fleksibilitas dalam penggunaan sistem koordinat. Pembelajaran yang hanya menekankan manipulasi simbolik dan prosedur matematis berpotensi memperkuat pemahaman deklaratif tanpa mengembangkan kemampuan aplikatif mahasiswa (Ahmad, 2019). Oleh karena itu, dosen perlu mengintegrasikan penggunaan media visual, simulasi tiga dimensi, serta latihan soal yang mendorong mahasiswa berpindah antar sistem koordinat secara reflektif dan kontekstual.

Sebagai arah penelitian selanjutnya (future research), disarankan untuk mengembangkan dan menguji model pembelajaran berbasis visualisasi spasial yang secara eksplisit menargetkan pemutusan rantai kesalahan konseptual spasial mahasiswa. Penelitian lanjutan juga dapat melibatkan jumlah subjek yang lebih luas atau menggunakan pendekatan campuran (mixed methods) untuk menguji konsistensi pola kesalahan ini pada konteks dan populasi yang berbeda.

KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa kesalahan mahasiswa dalam menerapkan Teorema Divergensi Gauss membentuk pola kesalahan konseptual–spasial yang sistematis. Kesalahan diawali oleh pemahaman konseptual yang bersifat deklaratif, diikuti keterbatasan visualisasi spasial, kesalahan pemilihan sistem koordinat, dan berujung pada ketidaktepatan penentuan batas integral. Temuan ini menegaskan bahwa kegagalan penerapan teorema tidak semata disebabkan oleh kelemahan prosedural, tetapi oleh kurangnya integrasi antara pemahaman konsep, representasi geometri ruang, dan fleksibilitas penggunaan sistem koordinat. Oleh karena itu, pembelajaran Teorema Divergensi Gauss perlu menekankan penguatan visualisasi spasial dan keterkaitan konsep–geometri agar kesalahan konseptual spasial mahasiswa dapat diminimalkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Ahmad, A. M. (2019). Analisis Kesulitan Belajar Matematika Pada Materi Integral Luas Daerah di Bawah Kurva dan Volume Benda Putar. *An-Nahdhah*, 12(23), 159–176.
- Dragomir, S. S. (2020). Approximating the volume integral by a surface integral via the divergence theorem. *Applicationes Mathematicae*, 47(1), 75–98.
<https://doi.org/10.4064/AM2393-1-2020>
- Fife, J. H., James, K., & Bauer, M. (2019). A Learning Progression for Geometric Transformations. *ETS Research Report Series*, 2019(1), 1–16.
<https://doi.org/10.1002/ets2.12236>
- Hadi, W., Handayani, I., & Noviana, W. (2021). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Proposisi Geometri Euclid Menggunakan Geogebra Online. In *Indonesian GeoGebra Jurnal* (Vol. 1, Issue 1).
- Hahn, L., Blaue, S. A., & Klein, P. (2024). A research-informed graphical tool to visually approach Gauss' and Stokes' theorems in vector calculus. *European Journal of Physics*, 45(2). <https://doi.org/10.1088/1361-6404/ad2390>
- Klein, P., Hahn, L., & Kuhn, J. (2021). Einfluss visueller Hilfen und räumlicher Fähigkeiten auf die graphische Interpretation von Vektorfeldern: Eine Eye-Tracking-Untersuchung. *Zeitschrift Für Didaktik Der Naturwissenschaften*, 27(1), 181–201.
<https://doi.org/10.1007/s40573-021-00133-2>

- Lilly, J. M., Feske, J., Fox-Kemper, B., & Early, J. J. (2024). Integral theorems for the gradient of a vector field, with a fluid dynamical application. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 480(2293). <https://doi.org/10.1098/rspa.2023.0550>
- Listiani, T., Dirgantoro, K. P. S., Saragih, M. J., & Tamba, K. P. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Menyelesaikan Soal Geometri Pada Topik Bangun Ruang [Error Analysis Of Students In The Mathematics Department In Solving Geometry Problems On The Topic Of Solid Figures]. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 3(1), 44. <https://doi.org/10.19166/johme.v3i1.1708>
- Ma'Rifatin, S., Amin, S. M., & Siswono, T. Y. E. (2019). Students' mathematical ability and spatial reasoning in solving geometric problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/4/042062>
- Martínez-Planell, R., & Trigueros, M. (2021). Multivariable calculus results in different countries. *ZDM - Mathematics Education*, 53(3), 695–707. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01233-6>
- Sastra, F., Jips, J., Fitri, Y., & Author Yuliani Fitri, C. (2025). Terbit online pada laman web jurnal : <http://e-journal.sastra-unes.com/index.php/JIPS> Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Mempelajari Geometri: Studi Kasus pada Penempatan Titik Koordinat Tiga Dimensi. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Scholastic*, 9(2), 2579–5449. <http://e-journal.sastra-unes.com/index.php/JIPS>
- Septia, T., Yuwono, I., Parta, I. N., & Susanto, H. (2019). Spatial reasoning ability of mathematics college students. *Journal of Physics: Conference Series*, 1188(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012102>
- Susilo, B. E., Darhim, D., & Prabawanto, S. (2019). Kesulitan Belajar Mahasiswa pada Materi Aplikasi Integral untuk Luas Daerah dalam Perspektif Disposisi Matematis. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 10(1), 86–93. <https://doi.org/10.15294/kreano.v10i1.19373>
- Trigueros, M., & Martínez-Planell, R. (2021). Geometrical representations in the learning of two-variable functions. *Educational Studies in Mathematics*, 73(1), 3–19. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9201-5>
- Yalfina Mudya, Revina Maulida, Mutia Ifani, & Suci Dahlya Narpila. (2025). Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa dalam Mempelajari Materi Medan Vektor pada Mata Kuliah Kalkulus Vektor. *Jurnal Arjuna : Publikasi Ilmu Pendidikan, Bahasa Dan Matematika*, 3(4), 92–99. <https://doi.org/10.61132/arjuna.v3i4.2200>