Mathematical and Data Analytics
Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

Pengembangan Dataset Sintetis Berbasis Simulasi Numerik pada Sistem Massa-Pegas-Redaman *Underdamped* untuk Kajian Respons Dinamik dan Disipasi Energi

Risna Putri Ariani[1)], Khairun Nisa Siregar[2)], Indah Ririn[3)]
[1,2,3)] Universitas Islam Negeri Sumatera Utara
isnaputriariani@email.com[1)], khairunisa010805@ymail.com, indahririn373@email.com[3)]

Histori Naskah:
Diajukan: 21-11-2025
Disetujui: 08-12-2025
Publikasi:19-12-2025

ABSTRAK

Sistem getaran mekanik banyak digunakan untuk memahami perilaku dinamik berbagai sistem rekayasa, salah satunya melalui model massa-pegas-redaman (*mass-spring-damper system*). Namun, pengembangan dataset simulasi berbasis fisika yang mampu menggambarkan hubungan antara parameter sistem dan respons dinamik masih terbatas. Penelitian ini bertujuan untuk membangun dataset sintetis berbasis fisika pada sistem massa-pegas-redaman kondisi *underdamped* serta menganalisis pengaruh variasi parameter terhadap karakteristik getaran.
Simulasi dilakukan menggunakan solusi analitik persamaan gerak sistem satu derajat kebebasan dengan variasi massa (m), konstanta pegas (k), dan rasio redaman (ζ). Sebanyak 100 konfigurasi sistem dengan 500 titik waktu pada setiap konfigurasi dibangkitkan sehingga menghasilkan 50.000 data observasi yang mencakup perpindahan, kecepatan, percepatan, dan energi mekanik. Analisis dilakukan terhadap respons dinamik, penurunan amplitudo (*envelope decay*), dan perubahan energi sistem.Hasil simulasi menunjukkan bahwa peningkatan rasio redaman menyebabkan penurunan amplitudo osilasi dan mempercepat disipasi energi. RMS displacement menurun dari 0,02473 m pada $\zeta = 0{,}05$menjadi 0,01138 m pada $\zeta = 0{,}50$. Dataset yang dihasilkan mampu merepresentasikan hubungan antara parameter fisik dan respons dinamik sistem *underdamped*. Pendekatan ini dapat digunakan sebagai dasar untuk analisis lanjutan berbasis simulasi dan pengembangan model berbasis data pada sistem getaran mekanik.

Kata kunci: *getaran underdamped; sistem massa-pegas-redaman; simulasi numerik; dataset sintetis; disipasi energi.*

PENDAHULUAN

Getaran mekanik merupakan salah satu fenomena penting dalam bidang rekayasa karena berhubungan dengan stabilitas, keandalan, dan kinerja berbagai sistem, seperti struktur mekanik, kendaraan, maupun mesin industri. Sistem massa-pegas-redaman (*mass-spring-damper system*) menjadi model dasar yang banyak digunakan untuk memahami perilaku sistem dinamik karena mampu merepresentasikan hubungan antara massa, kekakuan, dan disipasi energi akibat redaman (Den Hartog, 1985; Meirovitch, 2010; Rao, 2017). Pada kondisi *underdamped* ($0 < \zeta < 1$), sistem mengalami respons osilasi dengan amplitudo yang berkurang secara bertahap akibat mekanisme pelepasan energi melalui gaya redaman (Inman, 2014; Kelly, 2012).

Pendekatan analitik dan numerik telah banyak digunakan untuk menganalisis karakteristik sistem getaran, termasuk perubahan perpindahan, kecepatan, percepatan, dan energi selama proses dinamik berlangsung. Metode berbasis model matematis memberikan keuntungan karena

Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

hubungan antara parameter fisik dan respons sistem dapat dikontrol secara langsung, sedangkan pendekatan numerik memungkinkan evaluasi berbagai kondisi sistem secara lebih fleksibel (Hughes, 2012; Ewins, 2000). Namun, sebagian besar penelitian sebelumnya masih berfokus pada analisis respons dari konfigurasi tertentu sehingga informasi mengenai variasi respons pada berbagai kombinasi parameter sistem belum banyak tersedia dalam bentuk dataset terstruktur.

Perkembangan metode berbasis data (*data-driven approach*) dalam bidang rekayasa meningkatkan kebutuhan terhadap dataset yang tidak hanya berjumlah besar, tetapi juga memiliki konsistensi terhadap prinsip fisika. Pendekatan *machine learning* dan *physics-informed machine learning* (PIML) menunjukkan bahwa integrasi antara data dan pengetahuan fisik dapat meningkatkan interpretasi serta kemampuan model dalam mempelajari sistem dinamik (Raissi et al., 2019; Karniadakis et al., 2021). Beberapa kajian terbaru menunjukkan bahwa pendekatan berbasis fisika semakin banyak digunakan untuk mengatasi keterbatasan metode berbasis data murni, terutama ketika data eksperimen terbatas atau sulit diperoleh dalam jumlah besar (Willard et al., 2022; Cuomo et al., 2022).

Meskipun perkembangan pendekatan berbasis fisika dan data semakin meningkat, pengembangan dataset simulasi yang secara khusus menghubungkan parameter sistem getaran dengan respons dinamik masih memiliki keterbatasan. Beberapa penelitian telah menerapkan pendekatan *physics-informed* pada sistem massa-pegas-redaman untuk memodelkan perilaku dinamik, tetapi sebagian besar berfokus pada penyelesaian atau prediksi respons sistem, bukan pada pembentukan dataset parametrik yang mencakup karakteristik perpindahan, penurunan amplitudo (*envelope decay*), dan perubahan energi secara bersamaan (Jagtap & Karniadakis, 2020; Cuomo et al., 2022).

Berdasarkan permasalahan tersebut, penelitian ini mengembangkan kerangka pembangkitan dataset sintetis berbasis fisika (*physics-based synthetic dataset generation*) pada sistem massa-pegas-redaman *underdamped* menggunakan solusi analitik persamaan gerak. Dataset dibangun melalui variasi parameter massa (m), konstanta pegas (k), dan rasio redaman (ζ) dengan menghasilkan 100 konfigurasi sistem dan 50.000 data respons yang mencakup perpindahan, kecepatan, percepatan, dan energi mekanik. Kebaruan penelitian ini terletak pada integrasi pemodelan analitik dan pembentukan dataset parametrik yang memungkinkan evaluasi hubungan antara parameter fisik, karakteristik respons dinamik, serta mekanisme disipasi energi dalam satu kerangka simulasi terstruktur. Dataset yang dihasilkan diharapkan dapat mendukung studi lanjutan mengenai analisis getaran berbasis simulasi dan pengembangan pendekatan berbasis data yang mempertimbangkan konsistensi fisika.

METODE PENELITIAN

Model Sistem Getaran

Penelitian ini menggunakan model sistem massa-pegas-redaman satu derajat kebebasan (*single degree of freedom system*) sebagai representasi sederhana dari fenomena getaran mekanik. Model ini dipilih karena mampu menggambarkan hubungan dasar antara massa, kekakuan, dan redaman yang menjadi parameter utama dalam respons dinamik suatu sistem (Rao, 2017; Inman, 2014).

Persamaan gerak sistem dituliskan sebagai:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

dengan $m$merupakan massa sistem, $c$koefisien redaman, $k$konstanta pegas, dan $x$perpindahan terhadap waktu.

Persamaan tersebut kemudian dinormalisasi menjadi bentuk:

Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

dengan:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

merupakan frekuensi alami sistem dan:

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

merupakan rasio redaman.

Pemilihan model *underdamped* dilakukan karena kondisi ini menggambarkan sistem yang masih mengalami osilasi tetapi secara bertahap mengalami pengurangan amplitudo akibat adanya disipasi energi. Kondisi tersebut banyak ditemukan pada berbagai sistem mekanik yang memiliki mekanisme redaman tetapi tetap mempertahankan respons osilasi.

Perhitungan Respons Dinamik

Respons sistem dihitung menggunakan solusi analitik dari persamaan diferensial orde dua pada kondisi *underdamped* ($0 < \zeta < 1$). Dengan kondisi awal:

$$x(0) = x_0$$

dan:

$$\dot{x}(0) = 0$$

respons perpindahan dihitung menggunakan:

$$x(t) = x_0 e^{-\zeta\omega_0 t}\left[\cos(\omega_d t) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t)\right]$$

dengan:

$$\omega_d = \omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$$

sebagai frekuensi teredam.

Pendekatan analitik digunakan karena mampu menghasilkan solusi respons sistem secara langsung berdasarkan parameter fisik tanpa memerlukan penyelesaian numerik persamaan diferensial secara iteratif. Pendekatan ini sesuai untuk tujuan penelitian, yaitu membangun dataset simulasi dengan hubungan parameter dan respons yang tetap mengikuti formulasi fisika yang telah diketahui.

Kecepatan dan percepatan diperoleh melalui pendekatan turunan numerik:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

Pembentukan Dataset Simulasi

Dataset dibangun secara sintetis berdasarkan hasil perhitungan model matematis. Tujuan pembentukan dataset bukan untuk menggantikan data eksperimen, tetapi untuk menyediakan representasi numerik dari perilaku sistem pada berbagai kombinasi parameter yang telah ditentukan.

Variasi parameter dilakukan pada tiga variabel utama:

Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

Tabel 1 Variasi Paramter

Parameter	Rentang
Massa (m)	0.5–3 kg
Konstanta pegas (k)	50–200 N/m
Rasio redaman (ζ)	0.05–0.50

Parameter perpindahan awal ditetapkan:

$$x_0 = 0.1m$$

dengan kondisi awal kecepatan:

$$v_0 = 0m/s$$

Simulasi dilakukan selama 10 detik dengan interval waktu 0,02 detik. Berdasarkan kombinasi parameter tersebut diperoleh 100 konfigurasi sistem, dengan masing-masing konfigurasi menghasilkan 500 titik waktu, sehingga total dataset yang diperoleh sebanyak 50.000 observasi. Setiap observasi terdiri atas parameter sistem dan respons dinamik berupa:

- perpindahan $x(t)$,
- kecepatan $v(t)$,
- percepatan $a(t)$,
- energi mekanik $E(t)$.

Perhitungan Energi dan Parameter Evaluasi

Energi mekanik sistem dihitung untuk mengevaluasi perubahan energi selama proses osilasi. Total energi diperoleh dari jumlah energi kinetik dan energi potensial:

$$E(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Analisis dilakukan terhadap beberapa parameter respons, yaitu:

1. Respons perpindahan

Digunakan untuk mengamati karakteristik osilasi dan perubahan amplitudo akibat variasi redaman.

2. Envelope decay

Digunakan untuk menggambarkan kecenderungan penurunan amplitudo berdasarkan:

$$A(t) = A_0 e^{-\zeta\omega_0 t}$$

3. Perubahan energi mekanik

Digunakan untuk mengevaluasi pengaruh redaman terhadap kehilangan energi sistem.

4. Parameter statistik

Meliputi nilai rata-rata perpindahan, RMS displacement, nilai maksimum kecepatan, nilai maksimum percepatan, dan perubahan energi.

HASIL

Karakteristik Dataset Simulasi

Dataset simulasi dibangun berdasarkan model sistem massa-pegas-redaman *underdamped* dengan variasi parameter massa (m), konstanta pegas (k), dan rasio redaman (ζ). Berdasarkan proses pembangkitan data, diperoleh sebanyak 100 konfigurasi sistem dengan masing-masing konfigurasi memiliki 500 titik waktu simulasi, sehingga menghasilkan total 50.000 data observasi.

Parameter yang digunakan dalam pembentukan dataset ditunjukkan pada Tabel 2.

Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

Tabel 2. Konfigurasi Parameter Dataset Simulasi

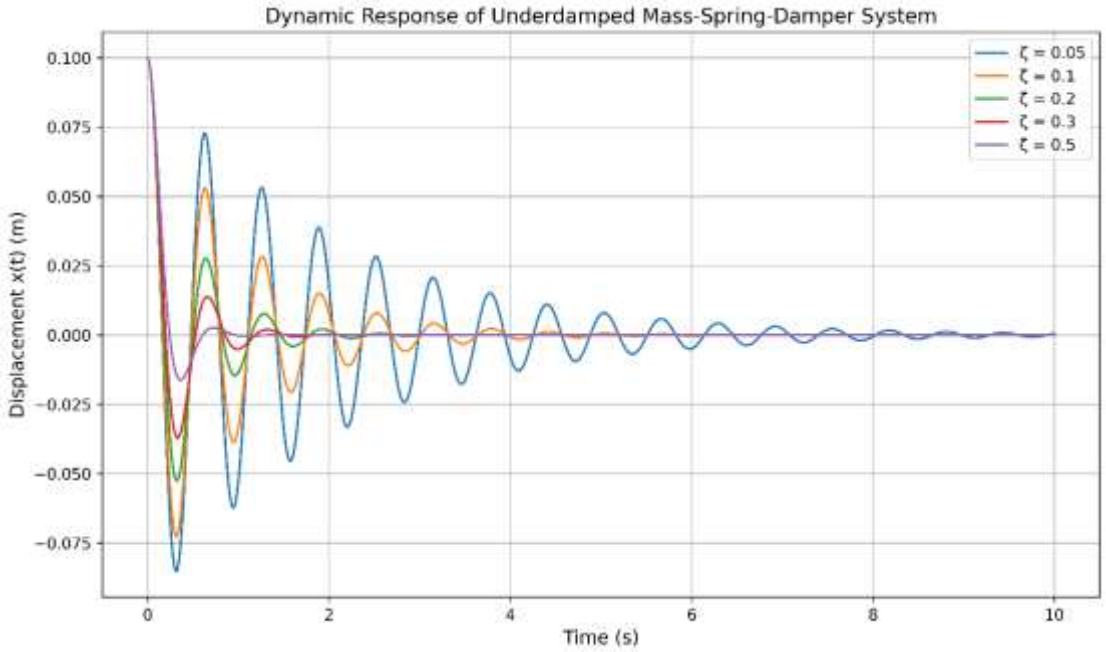
Parameter	Simbol	Rentang/Nilai	Satuan
Jumlah konfigurasi sistem	N_s	100	sistem
Jumlah titik waktu	N_t	500	titik/sistem
Total data	N	50.000	data
Massa	m	0,5–3	kg
Konstanta pegas	k	50–200	N/m
Rasio redaman	ζ	0,05–0,50	-
Perpindahan awal	x_0	0,1	m
Waktu simulasi	t	0–10	s
Interval waktu	Δt	0,02	s

Dataset yang dihasilkan kemudian digunakan untuk mengevaluasi perubahan respons dinamik akibat variasi karakteristik sistem.

Respons Perpindahan Sistem terhadap Variasi Redaman

Analisis pertama dilakukan terhadap respons perpindahan sistem untuk mengamati perubahan amplitudo selama proses osilasi. Respons dihitung berdasarkan solusi analitik sistem *underdamped* dan dibandingkan pada beberapa nilai rasio redaman.

Hasil simulasi respons perpindahan terhadap waktu ditampilkan pada Gambar 1.



Gambar 1. *Respons dinamik perpindahan sistem massa-pegas-redaman pada variasi rasio redaman (ζ).*

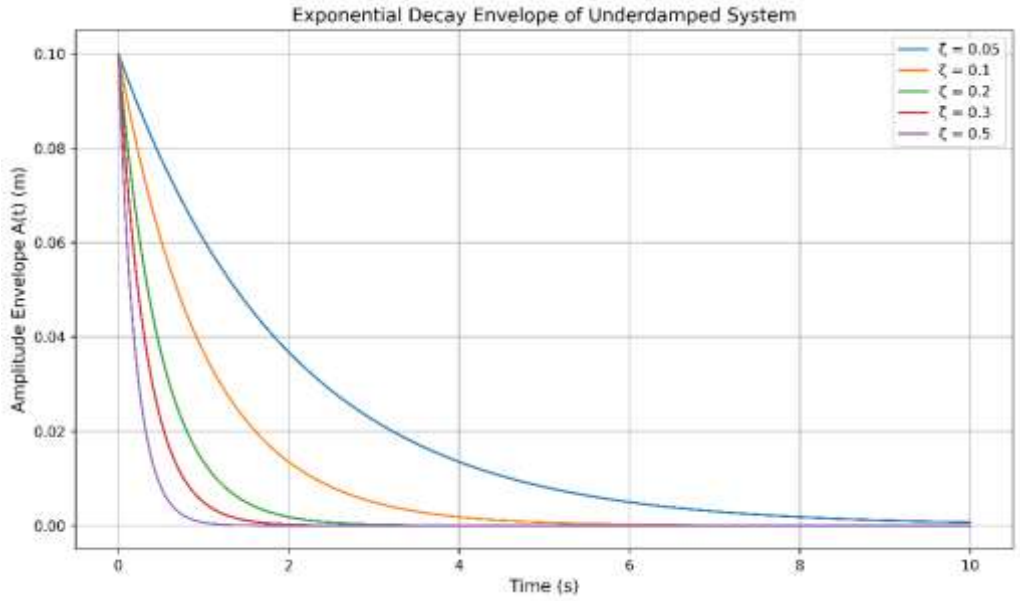
Berdasarkan Gambar 1, seluruh konfigurasi menunjukkan pola osilasi dengan amplitudo yang mengalami penurunan terhadap waktu. Perbedaan terlihat pada laju penurunan amplitudo, dimana sistem dengan nilai rasio redaman rendah mempertahankan osilasi lebih lama dibandingkan sistem dengan nilai redaman yang lebih tinggi.

Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

Analisis Penurunan Amplitudo (*Envelope Decay*)

Untuk mengevaluasi karakteristik pelemahan amplitudo secara lebih spesifik, dilakukan analisis envelope respons berdasarkan variasi rasio redaman.

Hasil perhitungan envelope decay ditampilkan pada Gambar 2.



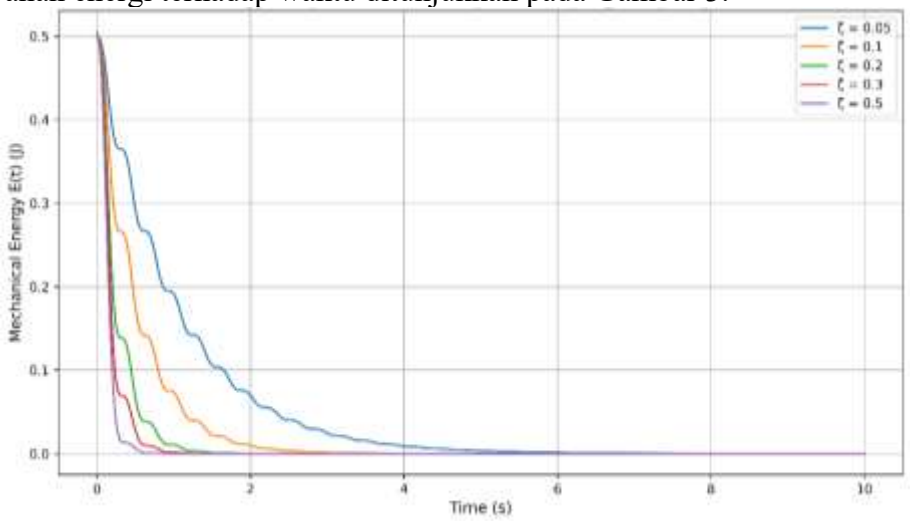
Gambar 2. *Kurva penurunan amplitudo eksponensial (envelope decay) pada sistem underdamped.*

Hasil menunjukkan bahwa peningkatan rasio redaman menghasilkan perubahan kemiringan kurva envelope. Nilai redaman yang lebih besar menghasilkan penurunan amplitudo yang lebih cepat selama interval simulasi.

Analisis Perubahan Energi Mekanik

Perubahan energi mekanik dihitung berdasarkan kontribusi energi kinetik dan energi potensial sistem. Analisis ini dilakukan untuk melihat perubahan energi selama proses osilasi.

Hasil perubahan energi terhadap waktu ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. *Perubahan energi mekanik sistem akibat variasi rasio redaman.*

Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

Berdasarkan hasil simulasi, seluruh konfigurasi mengalami penurunan energi selama proses osilasi. Perbedaan tingkat penurunan energi terlihat pada setiap variasi rasio redaman.

Evaluasi Karakteristik Dinamik Sistem

Karakteristik respons sistem pada beberapa kondisi redaman dirangkum pada Tabel 3.

Tabel 3. Karakteristik Dinamik Sistem Massa-Pegas-Redaman

Kasus	ζ	ω₀ (rad/s)	ωd (rad/s)	Peak Displacement (m)	Energi Awal (J)	Energi Akhir (J)
S1	0,05	10,00	9,99	0,100	0,5049	$2{,}40\times10^{-5}$
S2	0,10	10,00	9,95	0,100	0,5049	$1{,}06\times10^{-9}$
S3	0,20	10,00	9,80	0,100	0,5047	$2{,}41\times10^{-18}$
S4	0,30	10,00	9,54	0,100	0,5046	$5{,}97\times10^{-27}$
S5	0,50	10,00	8,66	0,100	0,5044	$2{,}94\times10^{-44}$

Analisis Statistik Dataset

Analisis statistik dilakukan terhadap seluruh dataset untuk mengevaluasi perubahan parameter respons akibat variasi rasio redaman.

Hasil analisis ditampilkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Statistik Respons Sistem Berdasarkan Variasi Rasio Redaman

ζ	RMS Displacement (m)	Kecepatan Maksimum (m/s)	Percepatan Maksimum (m/s²)	Reduksi Energi (%)
0,05	0,02473	1,799	32,159	99,92
0,10	0,01790	1,667	27,834	99,999
0,20	0,01353	1,445	21,671	≈100
0,30	0,01206	1,294	18,278	≈100
0,50	0,01138	1,063	15,001	≈100

PEMBAHASAN

Hasil simulasi menunjukkan bahwa variasi rasio redaman (ζ) memberikan pengaruh terhadap perubahan karakteristik respons dinamik sistem massa-pegas-redaman, terutama pada amplitudo, respons kecepatan, percepatan, dan perubahan energi mekanik. Penurunan nilai RMS displacement dari 0,02473 m pada $\zeta = 0{,}05$menjadi 0,01138 m pada $\zeta = 0{,}50$menunjukkan bahwa peningkatan redaman menyebabkan respons osilasi mengalami pelemahan yang lebih cepat. Fenomena ini sesuai dengan karakteristik sistem *underdamped*, dimana energi mekanik yang tersimpan dalam sistem secara bertahap berkurang akibat adanya gaya redaman yang berlawanan terhadap arah gerak. Perilaku tersebut merupakan karakteristik dasar sistem getaran linier yang telah banyak dijelaskan dalam kajian dinamika struktur dan mekanika getaran (Rao, 2017; Inman, 2014).

Hubungan antara redaman dan pelemahan respons juga terlihat pada perubahan energi mekanik sistem. Sistem dengan rasio redaman rendah mempertahankan energi osilasi lebih lama, sedangkan peningkatan nilai redaman mempercepat proses disipasi energi. Hasil tersebut menunjukkan bahwa perubahan amplitudo yang diamati pada respons perpindahan memiliki keterkaitan langsung dengan mekanisme kehilangan energi dalam sistem. Temuan ini sejalan dengan kajian Meirovitch (2010) yang menjelaskan bahwa energi pada sistem teredam akan mengalami penurunan akibat kerja gaya redaman selama proses vibrasi berlangsung. Dengan demikian, analisis energi memberikan informasi tambahan dibandingkan pengamatan

Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

perpindahan saja karena mampu menjelaskan mekanisme fisik yang menyebabkan perubahan respons sistem.

Pendekatan berbasis simulasi pada penelitian ini menjadi relevan dengan perkembangan metode analisis berbasis data dalam bidang rekayasa. Perkembangan *machine learning* dan *physics-informed machine learning* menunjukkan bahwa ketersediaan dataset yang memiliki hubungan konsisten dengan hukum fisika menjadi faktor penting dalam menghasilkan model yang dapat diinterpretasikan secara mekanik (Raissi et al., 2019; Karniadakis et al., 2021). Beberapa penelitian terbaru menunjukkan bahwa integrasi antara model fisika dan pendekatan berbasis data mampu meningkatkan kemampuan analisis sistem dinamik karena informasi dari persamaan pengatur dapat digunakan sebagai batasan dalam proses pembelajaran (Cuomo et al., 2022; Meng et al., 2023).

Pada konteks sistem getaran, pendekatan berbasis simulasi memungkinkan variasi parameter dilakukan secara lebih terkendali dibandingkan pengujian eksperimental. Hal ini penting karena data eksperimen sering memiliki keterbatasan berupa jumlah sampel, variasi kondisi operasi, serta kebutuhan instrumen pengukuran yang kompleks. Studi mengenai pembentukan dataset sintetis berbasis fisika menunjukkan bahwa data hasil simulasi dapat digunakan sebagai representasi awal untuk memahami hubungan antara parameter sistem dan respons dinamik, selama asumsi model dan batasan fisiknya dijelaskan secara jelas (Willard et al., 2022; Karniadakis et al., 2021).

Berbeda dengan penelitian yang hanya mengevaluasi respons satu konfigurasi sistem, penelitian ini menyusun dataset parametrik yang menghubungkan variasi massa, konstanta pegas, dan rasio redaman terhadap respons perpindahan, kecepatan, percepatan, dan energi mekanik. Pendekatan tersebut memberikan gambaran yang lebih terstruktur mengenai bagaimana perubahan parameter fisik memengaruhi perilaku sistem. Hal ini mendukung kebutuhan penelitian berbasis data yang membutuhkan dataset dengan keterkaitan fisik yang jelas antara variabel masukan dan keluaran.

Meskipun demikian, hasil penelitian ini perlu dipahami dalam batasan model yang digunakan. Sistem yang dianalisis masih menggunakan pendekatan satu derajat kebebasan dengan asumsi redaman linier dan tanpa mempertimbangkan gangguan eksternal maupun fenomena nonlinier. Oleh karena itu, dataset yang dihasilkan tidak dimaksudkan untuk menggantikan pengujian eksperimental, tetapi sebagai representasi numerik berbasis model fisika yang dapat digunakan untuk analisis awal, pengembangan metode identifikasi sistem, serta penelitian lanjutan berbasis simulasi dan pembelajaran mesin.

KESIMPULAN

Penelitian ini berhasil membangun dataset sintetis berbasis fisika untuk sistem massa-pegas-redaman underdamped melalui pendekatan solusi analitik dan simulasi numerik. Variasi parameter massa, konstanta pegas, dan rasio redaman menghasilkan perubahan karakteristik respons dinamik yang terlihat pada penurunan amplitudo, perubahan respons kinematik, serta disipasi energi sistem. Peningkatan rasio redaman menunjukkan kecenderungan mempercepat pelemahan respons dan pengurangan energi mekanik selama proses osilasi. Dataset yang dihasilkan memberikan representasi hubungan antara parameter fisik dan respons sistem secara terstruktur, sehingga dapat dimanfaatkan sebagai dasar untuk analisis lanjutan berbasis simulasi maupun pengembangan pendekatan berbasis data pada sistem getaran mekanik.

Volume : 02 | Nomor 02 | Desember 2025 | E-ISSN : 3048-0787 | DOI: 10.47709/mda.v2i2.6205

DAFTAR PUSTAKA

Cuomo, S., Schiano Di Cola, V., Giampaolo, F., Rozza, G., Raissi, M., & Piccialli, F. (2022). Scientific machine learning through physics-informed neural networks: Where we are and what's next. *Journal of Scientific Computing, 92*, 88. https://doi.org/10.1007/s10915-022-01939-z

Den Hartog, J. P. (1985). *Mechanical vibrations*. Dover Publications.

Ewins, D. J. (2000). *Modal testing: Theory, practice and application* (2nd ed.). Research Studies Press.

Hughes, T. J. R. (2012). *The finite element method: Linear static and dynamic finite element analysis*. Dover Publications.

Inman, D. J. (2014). *Engineering vibration* (4th ed.). Pearson Education.

Jagtap, A. D., & Karniadakis, G. E. (2020). Extended physics-informed neural networks (XPINNs): A generalized space-time domain decomposition based deep learning framework for nonlinear partial differential equations. *Communications in Computational Physics, 28*(5), 2002–2041.

Karniadakis, G. E., Kevrekidis, I. G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., & Yang, L. (2021). Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics, 3*, 422–440. https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5

Kelly, S. G. (2012). *Mechanical vibrations: Theory and applications*. Cengage Learning.

Meirovitch, L. (2010). *Fundamentals of vibrations*. Waveland Press.

Raissi, M., Perdikaris, P., & Karniadakis, G. E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics, 378*, 686–707. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045

Rao, S. S. (2017). *Mechanical vibrations* (6th ed.). Pearson Education.

Willard, J., Jia, X., Xu, S., Steinbach, M., & Kumar, V. (2022). Integrating physics-based modeling with machine learning: A survey. *ACM Computing Surveys, 55*(7), 1–37. https://doi.org/10.1145/3533378